

УДК 551.466.2

МЕХАНИЗМ МОДУЛЯЦИИ ВОЛНАМИ ЗЫБИ СКОРОСТИ РОСТА КОРТОКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ТУРБУЛЕНТНЫМ ВЕТРОМ

© 1997 г. Ю. И. Троицкая

Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию 21.03.95 г., после доработки 24.11.95 г.

Предложен механизм модуляции скорости роста коротких капиллярно-гравитационных волн (КГВ) в присутствии длинной волны, имеющей крутизну, малую в сравнении с предельной. Длинная волна на поверхности воды индуцирует в воздушном потоке компоненту скорости, осциллирующую с ее пространственным и временным периодами, в результате чего инкремент КГВ оказывается также модулированным. В рамках простой модели турбулентного ветрового пограничного слоя с постоянным коэффициентом турбулентной вязкости и однородным профилем скорости проведен расчет модуляции инкремента и на его основе рассчитана модуляция спектра коротких поверхностных волн в присутствии длинных. Показано, что при умеренных скоростях ветра учет модуляции инкремента приводит к существенному возрастанию такой модуляции спектра.

Механизмы модуляции коротких поверхностных волн в присутствии длинных интенсивно исследуются в последние десятилетия [1]. Интерес к этой проблеме прежде всего вызван потребностями построения теории радиоизображения длинных волн, поскольку короткие поверхностные волны являются рассеивателями сигнала радиолокатора. Для этой задачи характерно сильное различие временных и пространственных масштабов длинных и коротких волн: длины волн соответственно десятки и первые сотни метров и сантиметры и первые дециметры; периоды – единицы и десятки секунд и сотые и десятые доли секунды; фазовые скорости – десятки метров в секунду и десятки сантиметров в секунду. Кроме того, для типичных океанских условий крутизна длинных волн значительно меньше предельного значения 0.142π .

Хорошо изучены два механизма, приводящие к модуляции коротких волн длинными. Первый из них связан с генерацией гармоник вблизи гребней крутых гравитационных волн [2, 3]. Он эффективен только в случае, когда крутизна длинной волны близка к предельной. Второй механизм модуляции спектра коротких волн длинными обусловлен трансформацией коротких волн на течении длинной волны [4–7].

Кроме того, как показано в [1, 8], существенная модуляция спектра коротких волн может быть вызвана модуляцией их инкремента в присутствии длинной волны. Этот вопрос обсуждался в [1, 8] чисто феноменологически, и расчет осциллирующей компоненты инкремента не проводился. В последнее время в работах [9, 10] такой

расчет был проведен в рамках квазиламинарной модели Майлса с учетом вязких напряжений [11].

Обсудим качественно механизм модуляции инкремента короткой волны в присутствии длинной. Очевидно, что ветровой инкремент определяется структурой воздушного потока над волной. Если в воде распространяется длинная поверхностная волна с волновым числом k , фазовой скоростью c и амплитудой возвышения a , то на поверхности воды возникает переменное течение, поле горизонтальной скорости которого с точностью до ka имеет вид:

$$u = cka \operatorname{Re}(e^{ikx}) - c$$

в системе отсчета, движущейся со скоростью, равной фазовой скорости длинной волны. При этом появляется добавка к фазовой скорости коротких волн, равная u , в результате чего в рассматриваемой системе отсчета эта фазовая скорость равна

$$\tilde{C} = -c + C + cka \operatorname{Re}(e^{ikx}),$$

где C – фазовая скорость коротких волн относительно воды. В воздухе при этом возникает течение индуцированной длинной волной с такими же пространственным и временным периодами, за счет чего и возникает модуляция инкремента коротких волн. Рассмотрим характерный вид этого длинноволнового возмущения в воздухе. Возмущения вертикальной скорости на границе вода–воздух непрерывны. Возмущения горизонтальной скорости терпели бы разрыв порядка cka , если бы вязкость в воде и воздухе отсутствовала. Если учесть вязкость воды и воздуха, то на грани-

це их раздела выполняется условие прилипания, и горизонтальная скорость воздуха вблизи поверхности воды равна u . При этом в воздухе вблизи поверхности воды формируется волновой пограничный слой с толщиной $\delta_w \ll k^{-1}$, и профиль скорости в воздухе в рассматриваемой системе отсчета имеет вид:

$$U(y) = U_0(y) - c - cka \left(\operatorname{Re} \left[e^{ikx} \left(1 + f \left(\frac{y}{\delta_w} \right) \right) \right] \right),$$

где $U_0(y)$ – невозмущенный профиль скорости в воздухе, $f(y/\delta_w)$ – профиль скорости в волновом пограничном слое длиной волны, причем в соответствии с условием прилипания $f(0) = 0$.

Взаимодействие короткой волны с потоком определяется их относительной скоростью

$$-\widehat{C} + U(y) = U_0(y) + cka \operatorname{Re} \left[e^{ikx} f \left(\frac{y}{\delta_w} \right) \right] - C.$$

Если область энергообмена волны с потоком находится в той части вязкого подслоя, где профиль скорости $U(y)$ линеен, то инкремент определяется ее градиентом при $y = 0$:

$$U_y(y)|_{y=0} = \frac{u_*^2}{v_a} + \frac{cka}{\delta_w} \operatorname{Re} [e^{ikx} f].$$

И в этом случае глубина модуляции инкремента коротких волн определяется отношением пульсационного градиента к среднему. Как показывают оценки, приведенные в [12], предположение о линейности профиля скорости в области интенсивного энергообмена применимо лишь для слабых ветров с $u_* < 10$ см/с и достаточно коротких волн с $\lambda < 10$ см. Расчет модуляции инкремента для этого случая в рамках квазиламинарной модели Майлса с учетом вязких напряжений приведен в [10].

При больших скоростях трения ветра, характерных для умеренных ветров ($u_* = 20-50$ см/с), область энергообмена волн сантиметрового диапазона с ветром может находиться выше вязкого подслоя и находиться под влиянием турбулентных флюктуаций скорости ветра. В этом случае инкремент коротких волн определяется всем профилем скорости $U(y)$, и глубина модуляции инкремента зависит от отношения осциллирующих и средних компонент скорости воздушного потока, а не от отношения градиентов.

В настоящей работе предлагается простая модель такого процесса. Турбулентный поток над водной поверхностью представляется в виде двухслойной жидкости. При этом вязкий подслой моделируется тонким слоем невязкой покоящейся жидкости, прилегающим к поверхности, а логарифмический пограничный слой, в котором скорость меняется по медленному закону, а турбулентная вязкость существенна, слоем вязкой жид-

кости с постоянным коэффициентом вязкости, однородно движущимся с некоторой скоростью, примерно равной скорости потока на границе вязкого подслоя (примерно $12u_*$ [13]). При этом в разделе 1 на основании рассмотрения баланса потоков энергии волновых возмущений в воздушном потоке приводится обоснование применимости такой простой модели для определения инкремента коротких ветровых волн. В разделе 2 формулируется двухслойная модель турбулентного пограничного слоя и приводятся расчет инкремента коротких волн и его сопоставление с расчетом по численной модели, описанной в [14]. В разделе 3 рассматривается структура длинноволновых возмущений воздушного потока, полученная в рамках численной модели турбулентного пограничного слоя над водной поверхностью [14], приводится оценка применимости простой модели для описания длинноволновых возмущений. В разделе 4 приведен расчет модуляции инкремента коротких волн в рамках предложенной модели. В разделе 5 в рамках модельного уравнения для спектральной плотности коротких волн, предложенной в [8], проведены оценки модуляции спектров коротких волн в присутствии длинных.

1. БАЛАНС ЭНЕРГИИ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ НАД ВЗВОЛНОВАННОЙ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Рассмотрим двухмерную поверхность волну, форма возвышения которой

$$n = A \operatorname{Re} (e^{iK(x-Ct)}), \quad (1)$$

где K , C – волновое число и фазовая скорость волны. Поверхность обтекается турбулентным потоком, характерной особенностью которого является то, что профиль скорости ветра, осредненный по турбулентным флюктуациям, имеет резкий градиент вблизи поверхности (вязкий подслой), а выше зависит от вертикальной координаты по медленному логарифмическому закону. В этом случае для описания волновых возмущений в воздухе удобно воспользоваться криволинейными координатами, в которых координатная линия совпадает со взволнованной водной поверхностью [12]. Это позволяет использовать линейное приближение для волновых возмущений в воздухе и в том случае, когда амплитуда колебаний водной поверхности превосходит характерный вертикальный масштаб профиля скорости ветра, составляющий в типичных океанских условиях доли сантиметра.

Перейдем в систему отсчета, движущуюся относительно воды со скоростью C , где волновое

возмущение (1) стационарно, и введем ортогональные криволинейные координаты аналогично [15]

$$\begin{aligned} x &= \xi + \operatorname{Re}(iAe^{iK\xi - K\eta}), \\ y &= \eta + \operatorname{Re}(Ae^{iK\xi - K\eta}). \end{aligned} \quad (2)$$

Обозначим осциллирующие компоненты криволинейных координат x_-, y_- , тогда $x = \xi + x_-, y = \eta + y_-$. Криволинейные координаты удовлетворяют условиям ортогональности

$$x_\xi = y_\eta, \quad x_\eta = -y_\xi. \quad (3)$$

Якобиан преобразования (2) есть

$$I = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} = x_\xi^2 + y_\eta^2 = (1 + x_{-\xi})^2 + y_{-\eta}^2.$$

Система уравнений гидродинамики в координатах (2) имеет вид [16]

$$\frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[(u_i u_j + p \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k} \right] = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi_k} \left(u_i \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k} \right) = 0. \quad (4.2)$$

Здесь $i, j, k = 1, 2$; $\xi_1 = \xi$, $\xi_2 = \eta$, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $u_1 = u$, $u_2 = v$ – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости, p – давление, σ_{ij} – турбулентные напряжения, δ_{ij} – символ Кронекера. Формула (4.1) представляет собой два уравнения для компонент скорости, а (4.2) – уравнение неразрывности.

Кроме того, в дальнейшем будут использованы уравнения гидродинамики, выраженные в переменных функция тока ψ – завихренность χ . При этом справедливы выражения

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{I} (-\Psi_\xi x_\eta + \Psi_\eta x_\xi), \quad (5.1)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{I} (\Psi_\xi x_\xi + \Psi_\eta x_\eta), \quad (5.2)$$

$$\chi = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{I} (\Psi_{\xi\xi} + \Psi_{\eta\eta}). \quad (5.3)$$

Представим поля, входящие в (3), (4) в виде суммы компонент, осредненных по периоду волны и волновых возмущений, среднее от которых равно нулю.

$$u = U_0(\eta) + \mathcal{U}(\xi, \eta),$$

$$v = V_0(\eta) + \mathcal{V}(\xi, \eta),$$

$$p = P_0(\eta) + \mathcal{P}(\xi, \eta),$$

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij}(\eta) + S_{ij}(\xi, \eta),$$

$$\psi = \Psi_0(\eta) + \Psi_1(\xi, \eta),$$

$$\chi = \chi_0(\eta) + \chi_1(\xi, \eta).$$

При этом волновые возмущения ($\mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{P}, S_{ij}, \Psi_1, \chi_1$) имеют порядок крутизны волны KA . Выпишем с точностью до KA выражения для скоростей и завихренности через функцию тока:

$$U_0(\eta) = \Psi_0(\eta), \quad (6.1)$$

$$\chi_0(\eta) = \Psi_{0\eta\eta}(\eta) = U_{0\eta}(\eta),$$

$$\mathcal{U} = \Psi_{1\eta} - U_0 y_{-\eta}, \quad (6.2)$$

$$\mathcal{V} = \Psi_{1\xi} - U_0 x_{-\eta}, \quad (6.3)$$

$$\chi_1 = \Psi_{1\eta\eta} + \Psi_{1\xi\xi} - 2U_{0\eta} y_{-\eta}. \quad (6.4)$$

Уравнения для волновых возмущений следуют из системы (4). С точностью до KA они имеют вид:

$$U_0 \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \xi} + \left(U_0 \frac{\partial x}{\partial \eta} + \mathcal{V} \right) U_{0\eta} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \xi} = \frac{\partial S_{11}}{\partial \xi} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \eta}, \quad (7.1)$$

$$U_0 \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \eta} = \frac{\partial S_{12}}{\partial \xi} + \frac{\partial S_{22}}{\partial \eta}, \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \eta} + U_{0\eta} \frac{\partial x}{\partial \eta} = 0. \quad (7.3)$$

Из системы (7) с помощью несложных преобразований можно получить уравнение баланса энергии волновых возмущений в воздухе, которое удобно использовать для анализа механизмов передачи энергии от ветра к волнам. Для этого умножим уравнение (7.1) на \mathcal{U} , уравнение (7.2) – на \mathcal{V} , сложим и усредним по длине волны. С учетом уравнения неразрывности (7.3) можно получить:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \langle (\mathcal{P} - S_{22}) \mathcal{V} - S_{12} \mathcal{U} \rangle &= \\ = -U_{0\eta} \langle \mathcal{U} (U_0 x_{-\eta} + \mathcal{V}) + \mathcal{P} x_{-\eta} \rangle - & \\ - \left\langle S_{12} \left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \eta} \right) \right\rangle - \left\langle S_{22} \left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \eta} - \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \xi} \right) \right\rangle. & \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\langle \dots \rangle = \frac{k}{2\pi} \int_0^{2\pi/k} \dots d\xi$.

Усредняя уравнение (4.1) по длине волны и интегрируя по η , можно получить уравнение баланса горизонтального импульса. С учетом граничного условия на бесконечности $\langle \sigma_{12} \rangle|_{\eta=\infty} = u_*^2$ имеем

$$\langle u(u x_\eta + v y_\eta) + (p - \sigma_{11}) x_\eta - \sigma_{12} y_\eta \rangle = -u_*^2. \quad (9)$$

Для дальнейших рассуждений воспользуемся градиентными аппроксимациями турбулентных напряжений

$$\sigma_{ij} = v \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (10)$$

где ν – коэффициент эффективной вязкости. Величины σ_{ij} – это турбулентные напряжения, определенные на основе декартовых координат. С учетом (10) тождество (9) с точностью до KA можно переписать в виде:

$$\langle \mathcal{U}(U_0 x_\eta + \mathcal{V}) + \mathcal{P}x_\eta - \nu \chi_1 y_{-\eta} \rangle = \nu \chi_0 - u_*^2. \quad (11)$$

При использовании ортогональных криволинейных координат естественными являются нормальные и тангенциальные турбулентные напряжения, которые при использовании градиентных аппроксимаций имеют вид [16]:

$$\sigma_n = -\nu \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\psi_\eta}{I} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\psi_\xi}{I} \right) \right], \quad (12.1)$$

$$\sigma_t = \nu \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\psi_\eta}{I} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\psi_\xi}{I} \right) \right]. \quad (12.2)$$

Усредняя (12.2) с учетом слагаемых, имеющих порядок не выше $(KA)^2$, можно получить выражение для $\langle \sigma_t \rangle$

$$\begin{aligned} \langle \sigma_t \rangle &= \nu \chi_0 + \\ &+ 2\nu \langle y_{-\eta} \psi_{1\xi\xi} + x_\eta \psi_{1\xi\eta} + 2U_0 y_{-\eta} y_{\eta\eta} \rangle = \\ &= \nu \chi_0 - 2\nu \langle y_{-\eta} \mathcal{V}_\xi + x_\eta \mathcal{V}_\eta + U_0 x_\eta^2 \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя (13) в (11) и принимая во внимание, что в рамках градиентных аппроксимаций (10) пульсационные компоненты турбулентных напряжений S_{ij} с точностью KA имеют вид:

$$S_{ij} = \nu D_{ij}, \quad D_{12} = \chi_1 + 2 \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \xi}, \quad D_{22} = 2 \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \eta}, \quad (14)$$

можно получить уравнение баланса импульса в виде:

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{U}(U_0 x_\eta + \mathcal{V}) + (\mathcal{P} - S_{22} - \nu U_{0\eta} x_\eta) x_\eta - \\ - (S_{12} + \nu U_{0\eta} y_{-\eta}) y_{-\eta} \rangle = \langle \sigma_t \rangle - u_*^2. \end{aligned} \quad (15)$$

И, наконец, принимая во внимание (15) и (14), можно переписать уравнение энергии пульсаций (8) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \langle (\mathcal{P} - S_{22}) \mathcal{V} - S_{12} \mathcal{U} \rangle = -U_{0\eta} (\langle \sigma_t \rangle - u_*^2) - \\ - \nu [\langle (D_{22} + U_{0\eta} x_\eta)^2 \rangle + \langle (D_{12} + U_{0\eta} y_{-\eta})^2 \rangle]. \end{aligned} \quad (16)$$

Интегрируя (16) по η от 0 до ∞ с учетом того, что в системе отсчета, движущейся с волной $U_0(0) = -C$, получим

$$\begin{aligned} -\langle (\mathcal{P} - S_{22}) \mathcal{V} - S_{12} \mathcal{U} \rangle|_{\eta=0} = \\ = \int_0^\infty (U_0 + C) \frac{d}{d\eta} (\langle \sigma_t \rangle - u_*^2) d\eta - \end{aligned} \quad (17)$$

$$- \int_0^\infty \nu [\langle (D_{22} + U_{0\eta} x_\eta)^2 \rangle + \langle (D_{12} + U_{0\eta} y_{-\eta})^2 \rangle] d\eta.$$

Уравнение (17) имеет простой физический смысл. В левой части стоит выражение для потока энергии от ветра к волнам на поверхности воды [17]. Первое слагаемое в правой части – это работа, совершаемая средней по периоду волны касательной вязкой силовой в покоящейся системе отсчета. В стационарном волновом поле эта сила уравновешивается средней радиационной силой, выражение для которой определяется левой частью уравнения баланса среднего горизонтального импульса, записанного в форме (15). Второе отрицательное слагаемое в правой части (17) описывает вязкую диссиацию энергии волны в воздухе. Итак, поток энергии от ветра к волнам определяется балансом работы средней радиационной силы и вязких потерь. При этом если интеграл определяет работу, совершающую над волной всем потоком, то подынтегральное выражение определяет вклад, вносимый в эту работу отдельными частями потока.

На рис. 1а, 1б представлены вертикальные профили подынтегральных выражений, входящих в (17), при различных скоростях трения ветра. Они получены в рамках численной модели турбулентного ветрового потока над волнами [14], основанной на решении системы уравнений гидродинамики, усредненных по турбулентным пульсациям, для функции тока и завихренности в криволинейных координатах (2). При этом используется градиентная аппроксимация (10) турбулентных потоков, а коэффициент эффективной вязкости считается функцией η , предложенной в [18] на основе экспериментального исследования пограничного слоя на гидродинамически гладкой пластинке. При этом в [14] показано, что значения ветрового инкремента поверхностных волн, полученные в рамках этой модели, хорошо согласуются с данными экспериментов и результатами известных моделей.

Из рис. 1а видно, что в случае малых скоростей трения ветра область энергообмена волны сантиметрового диапазона с воздушным потоком лежит в вязком подслое. С ростом скорости ветра (рис. 1б) она перемещается из вязкого подслоя в логарифмическом погранслое. Рассмотрим теперь, как может быть интерпретирован механизм энергообмена волны с ветром в этом втором случае. Для этого воспользуемся уравнением баланса энергии волновых возмущений в дифференциальной форме (16).

Заметим, что, как показывает ряд теоретических и экспериментальных оценок [17], вклад тангенциальных напряжений в поток энергии от ветра к волнам сантиметрового и дециметрового ди-

апазонов мал. Кроме того, справедливы соотношения

$$\mathcal{P} - S_{22}|_{\eta=\delta} = \mathcal{P} - S_{22}|_{\eta=0} + O(k\delta),$$

$$\mathcal{V}|_{\eta=\delta} = U_0(\delta)y_\xi(\delta) + O(k\delta).$$

С учетом этих замечаний проинтегрируем (16) по η от некоторого $\delta \ll 1/K$ до ∞ . Получим

$$\begin{aligned} & -\langle (\mathcal{P} - S_{22})y_\xi \rangle|_{\eta=0} U_0(\delta)e^{-K\delta} = \\ & = \int_{\delta}^{\infty} [U_0(\eta) - U_0(\delta)] \frac{d}{d\eta} (\langle \sigma_v - u_*^2 \rangle) d\eta - \\ & - \int_{\delta}^{\infty} v [\langle (D_{22} + x_\eta U_{0\eta})^2 + (D_{12} + y_{-\eta} U_{0\eta})^2 \rangle] d\eta. \end{aligned} \quad (18)$$

Заметим, что, если $\delta = 0$, то $U_0(\delta) = -C$ (отрицательно), и формула (18) совпадает с (17) с точностью до величины S_{12} . Допустим, что $U_0(\eta)$ изменяет знак внутри области $\eta < \delta$, т.е. $U_0(\delta)$ положительно. Это эквивалентно тому, что вклады первого и второго слагаемых в поток энергии на поверхности $\eta = \delta$ изменяют знак. При этом работа вязких напряжений (второе слагаемое) становится положительной. Если бы профиль скорости ветра не зависел от вертикальной координаты при $\eta > \delta$, т.е. $U_0(\eta) - U_0(\delta) = 0$, то это был бы единственный механизм передачи энергии от ветра к волнам.

В логарифмическом пограничном слое вклад первого слагаемого присутствует, но, поскольку скорость ветра в этой области меняется по медленному закону, существует диапазон параметров, в котором второе слагаемое является определяющим. Сделаем для такого случая оценку первого слагаемого в правой части (18). Выберем величину δ большей толщины вязкого подслоя. Тогда при $\eta < \delta$ происходит резкое изменение профиля скорости ветра от $U_0(0) = -C$ до $U_0(\delta) = -C + \alpha u_*$, где $\alpha = 10-12$ [13]. При $\eta > \delta$ (выше вязкого подслоя) изменение скорости происходит по медленному логарифмическому закону. Принимая во внимание, что $\langle \sigma_v - u_*^2 \rangle \approx \langle (\mathcal{P} - S_{22})y_\xi \rangle$ (ср. (15)), а характерный масштаб изменения среднего потока импульса не превышает K^{-1} , получим оценку:

$$\begin{aligned} & \int_{\delta}^{\infty} [U_0(\eta) - U_0(\delta)] \frac{d}{d\eta} (\langle \sigma_v - u_*^2 \rangle) d\eta \sim \\ & \sim \frac{u_*^2}{K} |\ln(K\delta)| \langle (\mathcal{P} - S_{22})y_\xi \rangle. \end{aligned}$$

Тогда относительный вклад этого слагаемого в поток энергии к волнам определяется величиной

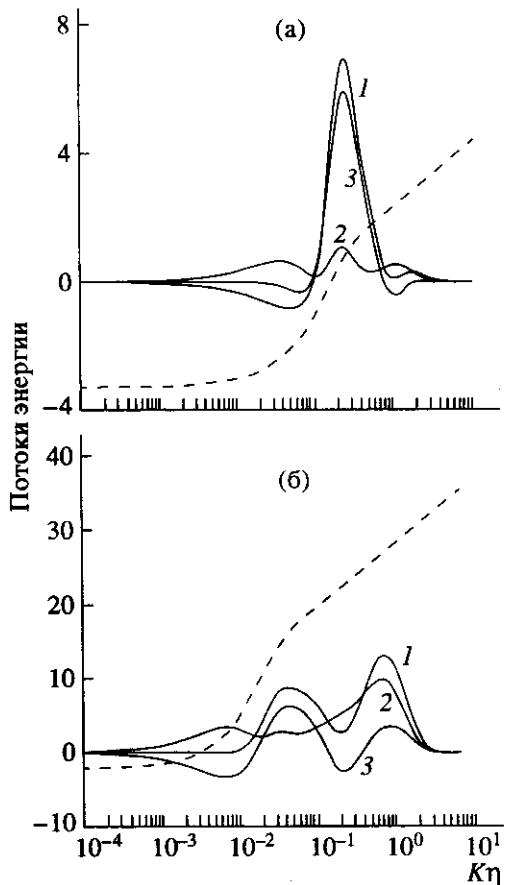


Рис. 1. Вертикальные профили подынтегральных выражений, входящих в (18). Параметры волн и ветра: а – $K = 0.5 \text{ см}^{-1}$, $u_* = 5 \text{ см/с}$, б – $K = 0.5 \text{ см}^{-1}$, $u_* = 30 \text{ см/с}$. Пунктир – вид профиля средней скорости. 1 – $I_{\text{sour}} = \frac{2\kappa^2}{u_*^2 C} (U_0 - C) \frac{d}{d\eta} [\langle \sigma_v - u_*^2 \rangle]$, 2 – $I_{\text{vis}} = \frac{2\kappa^2}{u_*^2} v [\langle (D_{12} + U_{0\eta} y_{-\eta})^2 \rangle + \langle (D_{22} + U_{0\eta} x_\eta)^2 \rangle]$, 3 – $I_{\text{sour}} - I_{\text{vis}}$.

$r = \frac{|\ln(K\delta)|}{\kappa(12u_* - C)}$. Выберем $\delta = 30v_a/u_*^2$, что большее толщины вязкого подслоя [13], $K = 1 \text{ см}^{-1}$, $u_* = 20 \text{ см/с}$, тогда $r \approx 0.15$. В этом случае для оценки потока энергии от ветра к волнам может быть корректно использована простая двухслойная модель турбулентного пограничного слоя.

2. ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Рассмотрим модельный поток с профилями скорости

$$U_0(\eta) = \begin{cases} -C, & \eta < \delta, \\ 12u_* - C, & \eta > \delta, \end{cases} \quad (19)$$

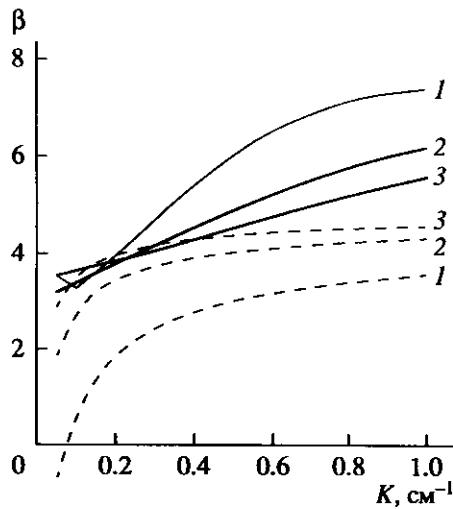


Рис. 2. Зависимость β от волнового числа. Сплошные линии – расчет по модели [14], пунктирные линии – расчет по формуле (25): 1 – $u_* = 10$ см/с, 2 – $u_* = 20$ см/с, 3 – $u_* = 30$ см/с.

и турбулентной вязкости

$$\nu(\eta) = \begin{cases} 0, & \eta < \delta, \\ \nu_0, & \eta > \delta, \end{cases} \quad (20)$$

где $\delta \ll 1/K$.

Параметр ν_0 имеет смысл характерного значения коэффициента турбулентной вязкости. В логарифмическом погранслое $\nu = \kappa \eta u_*$, поэтому в модельном течении значение ν_0 зависит от масштаба моделируемого процесса. Поскольку моделируется энергообмен волны с потоком, то естественно выбрать $\nu_0 = \kappa u_* L_3$, где L_3 – характерный масштаб энергообмена. В потоке с постоянным профилем скорости энергообмен волны с потоком осуществляется за счет работы турбулентных напряжений (см. раздел 2), а из рис. 1 видно, что масштаб области, в которой эффективен вклад турбулентных напряжений (кривая 2) может быть оценен как $L_3 \sim 2/K$. Исходя из этого выберем

$$\nu_0 = 2\kappa u_*/K. \quad (21)$$

При $\eta > \delta$ комплексные амплитуды гармонических волновых возмущений завихренности χ_- и функции тока ψ_- с точностью до KA удовлетворяют системе уравнений

$$iK(U_0 - C)\chi_- = \nu_0 \left(\frac{\partial^2 \chi_-}{\partial \eta^2} - K^2 \chi_- \right), \quad (22)$$

$$\chi_- = \psi_{-\eta\eta} - K^2 \psi_-.$$

Эта система должна быть дополнена граничными условиями при $\eta = \delta$. В дальнейшем будем считать δ пренебрежимо малым по сравнению со всеми характерными масштабами задачи, тогда граничные условия могут быть заданы при $\eta = 0$. Первое из них – условие непротекания –

$$\Psi_{-\xi}|_{\eta=0} = 0. \quad (23.1)$$

Второе – условие равенства нулю тангенциального напряжения, определяемого формулой (12.2). Это условие следует из непрерывности тангенциального напряжения, которое равно нулю в области, где $v = 0$. В первом порядке по KA оно имеет вид:

$$\chi_-|_{\eta=0} = 2(12u_* - C)K^2 A. \quad (23.2)$$

Решение системы (22) с граничными условиями (23) имеет вид

$$\chi_- = 2(12u_* - C)K \operatorname{Re}(KA e^{-M\eta + iK\xi}), \quad (24.1)$$

$$\begin{aligned} \psi_- = 2(12u_* - C)K \operatorname{Re} \times \\ \times \left[\frac{KA}{M^2 - K^2} (e^{-M\eta} - e^{-K\eta}) e^{-iK\xi} \right], \end{aligned} \quad (24.2)$$

где $M^2 = K^2 + iK(12u_* - C)/\nu_0$.

Зная выражения для χ_- и ψ_- , можно вычислить поток энергии от ветра к волнам:

$$\langle (\mathcal{P} - \sigma_n) V \rangle|_{\eta=0} = \frac{1}{2} \beta \frac{u_*^2}{\kappa} c (KA)^2.$$

Здесь β – параметр энергообмена волны с потоком, введенный в [19]. Инкремент ветровых волн пропорционален β .

Используя уравнение (5.1) для определения \mathcal{P} и выражение (12.1) для σ_n и принимая во внимание выражения (6.2) и (6.3), для компонент волновых возмущений скорости с учетом (24) можно получить

$$\beta = 8\kappa^3 \left[12 - \frac{C}{u_*} - 2\kappa \operatorname{Im} \left(1 + \frac{i}{2\kappa} \left(12 - \frac{C}{u_*} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (25)$$

На рис. 2 представлены зависимости β от K при нескольких значениях скорости трения ветра, полученные в результате численных расчетов по модели [14], которая дает значения β , хорошо согласующиеся с известными расчетами и экспериментальными данными. На этом же рисунке представлены зависимости $\beta(K)$, рассчитанные по формуле (25). Видно, что при скоростях трения

ветра $u_* > 20$ см/с и волновых числах $K < 1$ см/с значения β , полученные в рамках обеих моделей, достаточно близки.

3. ДЛИНОВОЛНОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

Пусть на поверхности воды распространяется длинная волна с волновым числом k , фазовой скоростью c , частотой ω и амплитудой возвышения поверхности a . Рассмотрим возмущение, вызванное этой волной в воздушном потоке. Для этого воспользуемся криволинейными координатами:

$$\begin{aligned} x &= s + \operatorname{Re}(iae^{iks - k\gamma}), \\ y &= \gamma + \operatorname{Re}(ae^{iks - k\gamma}). \end{aligned} \quad (26)$$

Якобиан этого преобразования координат $I_1 = \frac{\partial(x, y)}{\partial(s, \gamma)}$. Система уравнений гидродинамики может в этом случае быть записана в виде (см. [12]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t \partial \gamma} + \frac{1}{I_1} (\Psi_\gamma \Psi_{s\gamma} - \Psi_s \Psi_{\gamma\gamma}) - \frac{1}{2} \frac{I_{1s}}{I_1^2} (\Psi_s^2 + \Psi_\gamma^2) &= -p_s + v\chi_\gamma, \\ &= -p_s + v\chi_\gamma, \end{aligned} \quad (27.1)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t \partial s} + \frac{1}{I_1} (-\Psi_s \Psi_{s\gamma} - \Psi_\gamma \Psi_{ss}) + \\ + \frac{1}{2} \frac{I_{1\gamma}}{I_1^2} (\Psi_s^2 + \Psi_\gamma^2) &= p_\gamma - v\chi_s. \end{aligned} \quad (27.2)$$

Из (27) следует уравнение для завихренности:

$$I_1 \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi \partial \Psi}{\partial s \partial \gamma} - \frac{\partial \chi \partial \Psi}{\partial s \partial \gamma} = v \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial \gamma^2} \right), \quad (28)$$

$$I_1 \chi = \Psi_{\gamma\gamma} + \Psi_{ss}.$$

Вязкие тангенциальные и нормальные напряжения определяются формулами, совпадающими с (12) с точностью до замены ξ на s и η на γ . Кинематическое граничное условие запишется в виде:

$$I_1 \frac{\partial n}{\partial t} + \left(\frac{\partial n \partial \Psi}{\partial s \partial \gamma} - \frac{\partial n \partial \Psi}{\partial \gamma \partial s} \right) \Big|_{\gamma=0} = 0. \quad (29)$$

В рассматриваемой системе отсчета длинноволновое возмущение стационарно, и задача для длинноволнового возмущения полностью соответствует рассмотренной в разделе 2 для коротковолнового возмущения, поэтому ее решение

определяется формулами (24) с заменой параметров короткой волны параметрами длинной:

$$\Psi = \Psi_l = (12u_* - c)\gamma + \operatorname{Re}\Psi_1(\gamma)e^{iks}, \quad (30)$$

$$\chi = \chi_l = \operatorname{Re}\chi_1(\gamma)e^{iks},$$

$$\text{где } \Psi_1(\gamma) = \frac{2(12u_* - c)k^2 a}{m^2 - k^2} (e^{-m\gamma} - e^{-k\gamma}), \chi_1(\gamma) = 2(12u_* - c)k^2 a e^{-m\gamma}, m^2 = k^2 + ik(12u_* - c)/v_0.$$

Ниже мы рассмотрим, как согласуется это решение со структурой волнового поля в турбулентном пограничном слое с логарифмическим профилем скорости.

4. КОРОТКОВОЛНОВОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ НА ФОНЕ ДЛИНОВОЛНОВОГО

Пусть на фоне длинноволнового возмущения распространяется короткая волна с волновым числом K , фазовой скоростью C , частотой Ω и амплитудой возвышения поверхности A , причем $K \gg k$, $\Omega \gg \omega$, $C \ll c$, а $KA \sim ka$. В дальнейшем при рассмотрении коротковолнового возмущения мы будем считать медленную зависимость от координат и времени с масштабами длинноволнового возмущения параметрической. Это формально соответствует тому, что будут отбрасываться слагаемые порядка k/K , ω/Ω .

Обратимся теперь к рассмотрению коротковолнового возмущения на фоне длинноволнового. Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью C . Это преобразование приводит к тому, что в уравнениях (27), (28) необходимо сделать замену $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + (c - C)\frac{\partial}{\partial s}$.

Сделаем теперь преобразование от криволинейных координат (s, γ) , повторяющих форму длинной волны, к координатам (ξ, η) , приспособленным к коротковолновым возмущениям:

$$\begin{aligned} s &= \xi + \operatorname{Re}(iA e^{iK\xi - K\eta}), \\ \gamma &= \eta + \operatorname{Re}(A e^{iK\xi - K\eta}). \end{aligned} \quad (31)$$

$$\text{Якобиан преобразования (31)} I_2 = \frac{\partial(s, \gamma)}{\partial(\xi, \eta)}.$$

Заметим, что в отличие от (2) мы переходим к координатам (ξ, η) от криволинейных координат (s, γ) , а не от декартовых (x, y) . При этом координатная линия $\eta = 0$ повторяет форму коротковолнового возмущения с точностью до параметра k/K или ω/Ω .

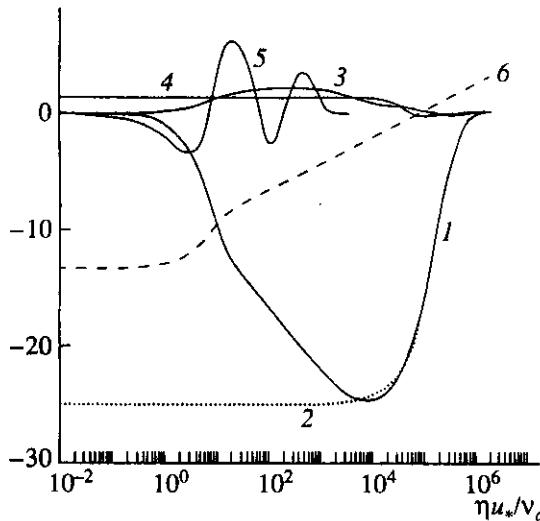


Рис. 3. Расположение области энергообмена короткой волны с потоком относительно профиля горизонтальной скорости в длинной волне. Возмущение горизонтальной скорости в длинной волне с $k = 0.1 \text{ см}^{-1}$. 1 – $\text{Re}(\psi_1\gamma - 2ckae^{-k\gamma})$, рассчитанная численно по модели [14], 2 – $\text{Re}(\psi_1\gamma - 2ckae^{-k\gamma})$, рассчитанная по формуле (39), 3 – $\text{Im}(\psi_1\gamma - 2ckae^{-k\gamma})$ – модель [13], 4 – $\text{Im}(\psi_1\gamma - 2ckae^{-k\gamma})$, 5 – профиль $I_{\text{sour}} - I_{\text{vis}}$ для короткой волны с $K = 0.5 \text{ см}^{-1}$, 6 – вид профиля средней скорости $u_* = 30 \text{ см}/\text{с}$.

С помощью достаточно громоздких преобразований можно привести системы (27) и (28) и кинематическое граничное условие к виду:

$$I_1 I_2 \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial \xi} \Phi_1 - \frac{\partial \chi}{\partial \eta} \Phi_2 = \nu (\chi_{\xi\xi} + \chi_{\eta\eta}), \quad (32)$$

$$I_1 I_2 \chi = \psi_{\xi\xi} + \psi_{\eta\eta},$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\Phi_1^2 + \Phi_2^2}{2 I_1 I_2} - \frac{(c - C)^2}{2} \right] - \chi \Phi_2 = -p_\xi + \nu \chi_\eta, \quad (33.1)$$

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\Phi_1^2 + \Phi_2^2}{2 I_1 I_2} - \frac{(c - C)^2}{2} \right] - \chi \Phi_1 = -p_\eta + \nu \chi_\xi, \quad (33.2)$$

$$I_1 I_2 \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial \xi} \Phi_1 - \frac{\partial n}{\partial \eta} \Phi_2 \Big|_{\eta=0} = 0. \quad (34)$$

Нормальные и тангенциальные напряжения примут вид:

$$\sigma_\tau = \nu \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Phi_1}{I_1 I_2} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Phi_2}{I_1 I_2} \right) \right], \quad (35.1)$$

$$\sigma_n = \nu \left[\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Phi_2}{I_1 I_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Phi_1}{I_1 I_2} \right) \right], \quad (35.2)$$

где

$$\Phi_1 = \psi_\eta + (c - C) I_1 \gamma'_\eta, \quad (36.1)$$

$$\Phi_2 = \psi_\xi + (c - C) I_1 \gamma'_\xi. \quad (36.2)$$

Представим функцию ψ в виде суммы длинноволновой ψ_l и коротковолновой ψ_s компонент. Тогда с учетом формулы (30) имеем

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= [(12u_* - C) - \\ &- 2\text{Re}(ka(c - C)e^{-k\gamma - ik(s - (c - C)t)})] \gamma_\eta + \\ &+ [\text{Re}\psi_1(\gamma)e^{ik(s - (c - C)t)}]_\eta' + \psi_{s\eta}, \\ \Phi_2 &= [(12u_* - C) - \\ &- 2\text{Re}(ka(c - C)e^{-k\gamma - ik(s - (c - C)t)})] \gamma_\xi + \\ &+ [\text{Re}\psi_1(\gamma)e^{ik(s - (c - C)t)}]_\xi' + \psi_{s\xi}. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что с точностью до k/K можно ввести функцию

$$\begin{aligned} \varphi &= (12u_* - C)\gamma + \\ &+ \text{Re}[(\psi_1(\gamma) - 2ka\gamma(c - C)e^{-k\gamma})e^{ik(s - (c - C)t)}] + \psi_s, \\ \text{такую, что } \Phi_1 &= \varphi_\eta, \text{ а } \Phi_2 = \varphi_\xi. \end{aligned}$$

Введем вместо ψ_s новое коротковолновое возмущение функции тока φ_s , так, что

$$\begin{aligned} \varphi &= (12u_* - c)\eta + \\ &+ \text{Re}[(\psi_1(\eta) - 2ka\eta(c - C)e^{-k\eta})e^{ik(s - (c - C)t)}] + \varphi_s. \end{aligned} \quad (37)$$

Тогда, используя уравнения (32), (33), (34), (35), можно видеть, что с точностью до величин порядка k/K или ω/Ω постановка задачи для φ , соответствует постановке задачи для ψ_s , для которой получена формула (24), если сделать замену $12u_*$ на

$$U_M = [12u_* + \text{Re}((\psi_{1\eta}(0) - \\ - 2ka(c - C))e^{ik(s - (c - C)t)})], \quad (38)$$

где выражение для $\psi_{1\eta}(0)$ можно получить из (30)

$$\psi_{1\eta}(0) = -\frac{2(12u_* - c)}{m + k} k^2 a. \quad (39)$$

Это соответствует тому, что в присутствии длинноволнового возмущения на поверхности воды появляется добавка к скорости воздушного потока, осциллирующая во времени и пространстве с периодами длиной волны. Это приводит к тому,

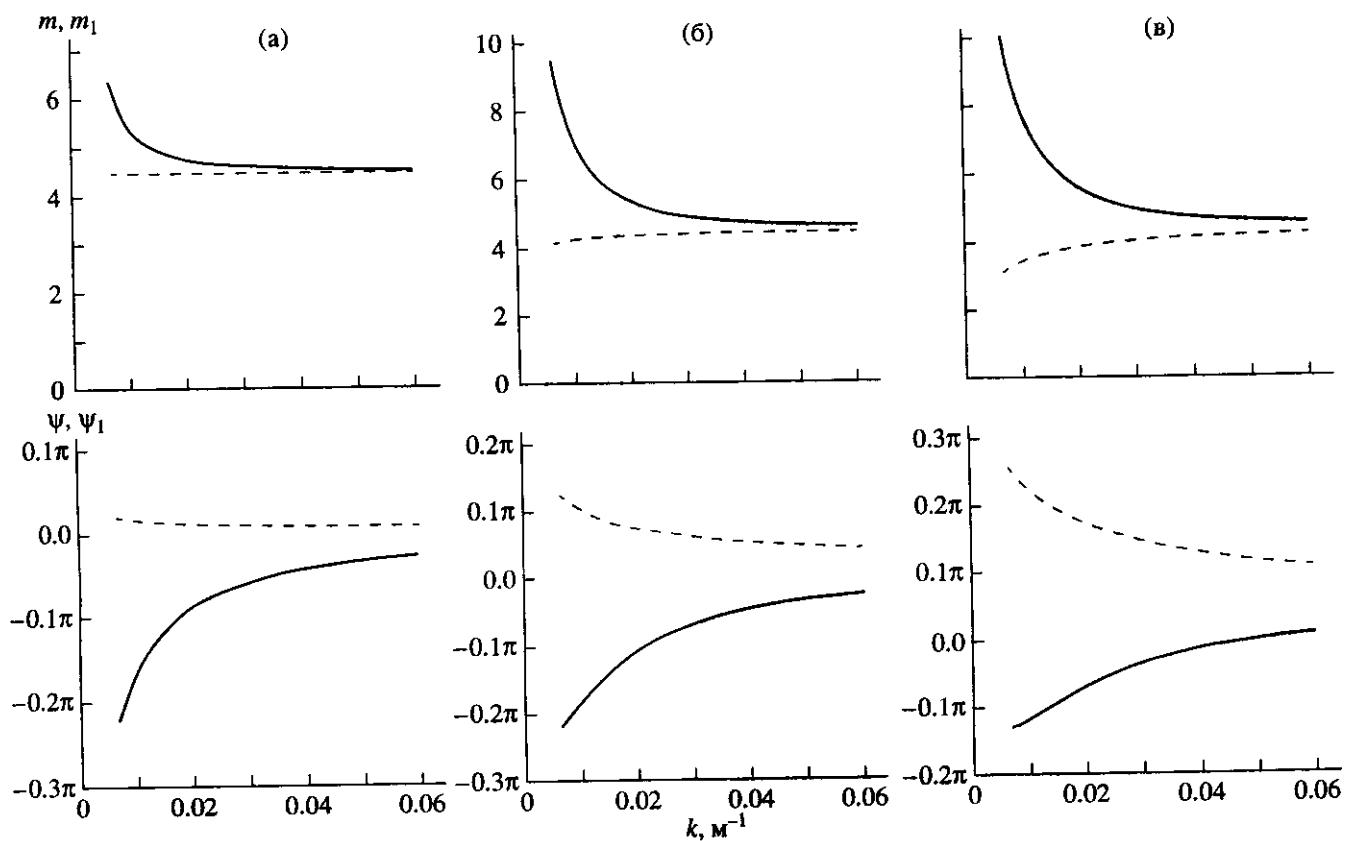


Рис. 4. Зависимость амплитуды и фазы коэффициента модуляции спектра короткой волны с волновым числом $K = 0.5 \text{ см}^{-1}$ от волнового числа длиной волны с учетом модуляции инкремента коротких волн (сплошная линия) и без учета модуляции инкремента (штриховая линия): а – $u_* = 10 \text{ см}/\text{с}$, б – $u_* = 20 \text{ см}/\text{с}$, в – $u_* = 30 \text{ см}/\text{с}$.

что возникает модуляция параметра взаимодействия волн с ветром

$$\beta_M = 8\kappa^3 \left[\frac{U_M - C}{u_*} - 2\kappa \operatorname{Im} \left(1 + \frac{i}{2\kappa} \left(\frac{U_M - C}{u_*} \right) \right)^{1/2} \right], \quad (40)$$

где U_M задается формулой (38).

Сделаем оценку величины модуляции параметра β . Допустим, что $(U_M - C) \gg u_*$. Тогда

$$\beta_M \approx 8\kappa^3 \left[\frac{U_M - C}{u_*} \right].$$

И отношение осциллирующей (β_-) и средней (β_0) компонент β_M , равно отношению осциллирующей и средней компонент скорости. Из (38) и (39) видно, что это отношение примерно равно

$$\frac{|\beta_-|}{\beta_0 k a} \approx \frac{2c}{12u_* - C}.$$

Это отношение существенно больше, чем отношение осциллирующей и средней компонент градиента скорости воздушного потока, определяющее глубину модуляции скорости роста коротких волн при использовании модели Майлса генерации волн ветром [10]. Если волновые числа длиной и короткой волн соответственно равны $k = 0.1 \text{ м}^{-1}$, $K = 1 \text{ см}^{-1}$, $u_* = 20 \text{ см}/\text{с}$, то это отношение порядка 10.

Большая глубина модуляции параметра взаимодействия волн с ветром обусловлена тем, что велики длинноволновые возмущения профиля скорости в воздухе, полученные в рамках данной модели. Чтобы оценить ее применимость к реальной ситуации, сравним профили комплексной амплитуды скорости воздушного потока относительно осциллирующей водной поверхности

$$u_- = (\psi_{1n}(\eta) - 2ka(c - C)e^{-kn}),$$

полученные в рамках численной модели [14] и на основании формулы (39). Эти профили представлены на рис. 3. На этом же рисунке представлена структура потока энергии от ветра к короткой волне, полученная в рамках численной модели [14]. Видно, что профили скорости длинноволнового

возмущения в разных моделях сильно различаются вблизи поверхности раздела вода–воздух, поскольку удовлетворяют различным граничным условиям. Но область интенсивного энергообмена располагается достаточно далеко от поверхности, хотя в этой области модуль осциллирующей компоненты скорости, полученный в рамках численной модели, примерно в 2 раза меньше, чем в модели (38), (39). Это говорит о том, что оценка амплитуды модуляции, полученная в рамках развивающейся в настоящей работе модели, является завышенной. При этом фаза осциллирующей компоненты β_M , определяемая фазой u_* примерно равна π .

5. ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ ИНКРЕМЕНТА НА МОДУЛЯЦИЮ СПЕКТРА КОРОТКИХ ВОЛН

Оценим, какой вклад в модуляцию спектральных компонент ветровых волн вносит модуляция их инкремента. Для этого воспользуемся результатами расчета спектра возвышений коротких волн в присутствии длинных, приведенного в [8]. Если возвышение в длиной волне имеет вид

$$\eta = a \cos(kx - \omega t),$$

а инкремент коротких волн модулирован по закону

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_c \cos(kx - \omega t) + \gamma_s \sin(kx - \omega t),$$

то в первом порядке по ka и $\gamma_c \gamma_s$ спектр коротких волн имеет вид:

$$F(k) = F_0(k)(1 + m k a \cos(kx - \omega t - \psi)).$$

Здесь $m = \sqrt{d^2 + b^2} / ka$; $\psi = \arctg(b/d)$,

$$d = \frac{\omega^2}{4\gamma_0^2 + \omega^2} \times$$

$$\times \left[- \left(\frac{KF'_{0K}}{F_0} - \frac{g - K^2 T}{2(g + K^2 T)} \right) ka + \frac{2\gamma_s}{\omega} + \frac{4\gamma_0 \gamma_c}{\omega^2} \right],$$

$$b = \frac{2\omega \gamma_0}{4\gamma_0^2 + \omega^2} \times$$

$$\times \left[- \left(\frac{KF'_{0K}}{F_0} - \frac{g - K^2 T}{2(g + K^2 T)} \right) ka + \frac{2\gamma_s}{\omega} - \frac{\gamma_c}{\omega} \right],$$

где $\gamma_0 = \sqrt{\gamma_s^2 + \gamma_c^2}$, $F_0(k)$ – спектр коротких волн в отсутствие длиной волны.

На рис. 4 представлены зависимости m и ψ от волнового числа длиной волны для трех значений скорости трения ветра u_* в случае, когда скорость роста короткой волны определяется в рам-

ках модели, развиваемой в настоящей работе. При этом инкремент

$$\gamma = \frac{1}{2} \beta_M \frac{u_*^2}{\kappa^2 C^2} \Omega - 2v_w K^2,$$

где β_M определяется по формуле (40), v_w – кинематическая вязкость воды. Расчет проведен для волнового числа короткой волны $K = 0.5 \text{ см}^{-1}$. Видно, что величина m резко возрастает с ростом скорости ветра. Это связано с ростом величины ветрового инкремента короткой волны и сокращением в связи с этим времени, необходимого для эффективного взаимодействия волны с потоком.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 93-05-8127).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Smith J.A. Modulation of short wind waves by long waves // Surface Waves and Fluxes. V. 1. P. 247–284. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, 1990.
- Longuet-Higgins M.S. The generation of capillary waves by steep gravity waves // J. Fluid Mech. 1963. V. 16. P. 138–159.
- Ruvinsku K.D., Feldstein F.I., Friedman G.I. Numerical simulation of the quasi-stationary stage of ripple excitation by steep gravity-capillary waves // J. Fluid Mech. 1991. V. 230. P. 339–354.
- Longuet-Higgins M.S., Stewart R.W. Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents // J. Fluid Mech. 1960. V. 8. P. 565–583.
- Longuet-Higgins M.S., Stewart R.W. The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents // J. Fluid Mech. 1961. V. 10. P. 529–549.
- Phillips O.M. The dispersion of short wavelets in the presence of a dominant long wave // J. Fluid Mech. 1981. V. 107. P. 465–485.
- Shyu J.-H., Phillips O.M. The blockage of gravity and capillary waves by longer waves and currents // J. Fluid Mech. 1990. V. 217. P. 115–141.
- Valensuela G.R., Wright J.W. Modulation of short gravity-capillary waves by longer-scale periodic flows. – A higher order theory // Radio Sci. 1979. V. 14. P. 1099–1110.
- Landahl M.T., Widnall S.E., Hultgen L. An interactional mechanism between large and small scales for wind-generation water waves // Proc. 12th Symp. on Naval Hydrodynamics. National Academy of Sciences. 1978. 541 p.
- Troitskaya Yu.I. Modulation of the growth rate of short surface capillary-gravity wind waves by a long wave // J. Fluid Mech. 1994. V. 273. P. 169–187.
- Miles J.W. On the generation of surface waves by shear flows. Pt. 4 // J. Fluid Mech. 1962. V. 13. P. 433–448.
- Benjamin T.B. Shearing flow over a wave boundary // J. Fluid Mech. 1959. V. 6. P. 513–532.
- Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. 696 с.

14. Рейтров В.П., Троицкая Ю.И. О нелинейных эффектах при взаимодействии волн на воде с турбулентным ветром // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1995. Т. 31. № 6. С. 825–834.
15. Al-Zanaidi M.A., Hui W.H. Turbulent air flow over water waves – a numerical study // J. Fluid Mech. 1984. V. 148. P. 225–246.
16. Jenkins A.D. A quasilinear eddy-viscosity model for the flux of energy and momentum to wind waves using conservation-law equations in a curvilinear coordinate system // J. Phys. Oceanogr. 1992. V. 22. № 8. P. 843–858.
17. Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. 320 с.
18. Смольяков А.В. Спектр квадрупольного излучения плоского турбулентного пограничного слоя // Акуст. журнал. 1973. Т. 19. Вып. 3. С. 420–425.
19. Miles J.W. On the generation of surface waves by shear flows // J. Fluid Mech. 1957. V. 3. P. 433–448.

Mechanism for Modulating the Growth Rate of Turbulent-Wind-driven Short Surface Waves by Ripples

Yu. I. Troitskaya

Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhnii Novgorod, 603600 Russia

Received March 21, 1995; in final form, November 24, 1995

Abstract—A mechanism is proposed for modulating the growth rate of short capillary–gravity waves in the presence of a long wave whose steepness is small compared to the limiting steepness. The long wave on the water surface induces an oscillating velocity component in the air flow. The spatial and temporal periods of these oscillations are equal to those of the wave. As a result, the growth rate of capillary–gravity waves also proves to be modulated. Within the framework of a simple model of the turbulent-wind boundary layer with a constant eddy viscosity and a uniform profile of velocity, growth-rate modulation is calculated, which is used to study the modulation of the spectrum of short surface waves in the presence of long waves. It is shown that allowing for growth-rate modulation can lead to a significant increase in spectrum modulation even at moderate wind velocities.